



Apellidos:

SOLUCION

Nombre:

Ejercicio 1:

Construir gramáticas que generen los siguientes lenguajes, indicando de qué tipo es la gramática propuesta. Cuando ello sea posible, describir el lenguaje L mediante una Expresión Regular.

- a) $L = \{ \text{lenguaje formado por las palabras sobre el alfabeto } \Sigma = \{ a, b \}, \text{ tales que, inmediatamente después de cada } a, \text{ hay una } b \}$
- b) $L = \{ a^m b^n \mid m > 0; n \geq 0 \}$

25 minutos

a) $G = (\Sigma_T = \{a, b\}, \Sigma_N = \{S\}, S, P)$

$$P = \left\{ S ::= bS \mid a b S \mid \lambda \right\}$$

Gramática tipo 2. Gramática de contexto libre

b) El lenguaje se puede expresar

$$L = a a^* b, \text{ lenguaje regular}$$

Gramática lineal derecha que lo genera

$$G_L D = (\Sigma_T = \{a, b\}, \Sigma_N = \{S, A\}, S, P)$$

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S ::= aS \mid a A \mid a \\ A ::= b A \mid b \end{array} \right.$$



Apellidos:

SOLUCION

Nombre:

Ejercicio 2:

Dada la expresión regular, $R_0 = a(b^* + a^*a)b$, construir el Autómata Finito que la reconoce, por medio de derivadas.

25 minutos

$$D_a(R_0) = (b^* + a^*a)b = R_1 \quad \underline{D_a(R_0) = R_1}$$

$$D_b(R_0) = \emptyset$$

$$\begin{aligned} D_a(R_1) &= D_a((b^* + a^*a)b) = D_a(b^* + a^*a) \cdot b + \lambda \cdot D_a(b) = \\ &= D_a(a^*a) \cdot b + \emptyset = D_a(a^*a + \lambda \cdot D_a(a)) \cdot b = D_a(a^*a + \lambda) \cdot b = \\ &= (a^*a + \lambda)b = \underline{a^*ab + b = R_2} \quad \underline{D_a(R_1) = R_2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_b(R_1) &= D_b(b^* + a^*a)b = D_b(b^* + a^*a) \cdot b + \lambda D_b(b) = \\ &= D_b(b^* + a^*a) \cdot b + \lambda = b^*b + \lambda \cdot D_b(b) + \lambda = \underline{b^*b + \lambda = b^* = R_3} \end{aligned}$$

$$\underline{D_b(R_1) = R_3} \quad \lambda \in D_b(R_1)$$

$$\begin{aligned} D_a(R_2) &= D_a(a^*ab + b) = D_a(a^*ab) + D_a(b) = \\ &= D_a(a^*) \cdot ab + \lambda D_a(ab) = \underline{a^*ab + b = R_2} \quad \underline{D_a(R_2) = R_2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_b(R_2) &= D_b(a^*ab + b) = D_b(a^*ab) + D_b(b) = \\ &= D_b(a^*ab) + \lambda D_b(ab) + D_b(b) = \emptyset + \emptyset + \lambda \\ &\quad \underline{D_b(R_2) = \lambda} \end{aligned}$$

$$D_a(R_3) = D_a(b^*b + \lambda) = \emptyset$$

$$\begin{aligned} D_b(R_3) &= D_b(b^*b + \lambda) = b^*b + \lambda \cdot D_b(b) = \underline{b^*b + \lambda = b^* = R_3} \\ &\quad \underline{D_b(R_3) = R_3} \end{aligned}$$





Apellidos:

SOLUCION

Nombre:

Ejercicio 1:

Sea el Autómata a Pila no-determinista, $AP1 = \{ \Sigma, \Gamma, Q, q_0, A_0, f, \emptyset \}$ que acepta por VACIADO DE PILA, con $Q = \{ q_0, q_1 \}$, $\Sigma = \{ 0, 1 \}$, $\Gamma = \{ A_0, A \}$ y f definida mediante los 5 movimientos siguientes:

- ① $f(q_0, 0, A_0) = (q_0, AA_0)$
- ② $f(q_0, 0, A) = \{ (q_0, AA), (q_0, A) \}$
- ③ $f(q_0, 1, A) = (q_1, \lambda)$
- ④ $f(q_1, 1, A) = (q_1, \lambda)$
- ⑤ $f(q_1, \lambda, A_0) = (q_1, \lambda)$

- a) Construir, utilizando el algoritmo correspondiente, un AP2 que acepte por ESTADOS FINALES el mismo lenguaje que AP1. Siendo $AP2 = \{ \Sigma, \Gamma \cup \{ A_0' \}, Q \cup \{ q_0', q_F \}, q_0', A_0', f', F \}$, donde $F = \{ q_F \}$ (7 puntos).
- b) Comprobad la aceptación de las palabras 0011 y 00001 en los 2 autómatas (2 puntos).
- c) Describe el lenguaje que aceptan AP1 y AP2 (1 punto).

25 minutos

a) El AP2 que acepta por ESTADOS FINALES:

- | | | |
|---|---|------------------------------------|
| ① $f'(q_0', \lambda, A_0') = (q_0, A_0A_0')$ | } | $\Rightarrow 1^\circ \text{ PASO}$ |
| ② $f'(q_0, 0, A_0) = (q_0, AA_0)$ | | |
| ③ $f'(q_0, 0, A) = \{ (q_0, AA), (q_0, A) \}$ | } | $\Rightarrow 2^\circ \text{ PASO}$ |
| ④ $f'(q_0, 1, A) = (q_1, \lambda)$ | | |
| ⑤ $f'(q_1, 1, A) = (q_1, \lambda)$ | | |
| ⑥ $f'(q_1, \lambda, A_0) = (q_1, \lambda)$ | | |
| ⑦ $f'(q_1, \lambda, A_0') = (q_F, \lambda)$ | } | $\Rightarrow 3^\circ \text{ PASO}$ |

b) Aceptación AP1 y AP2:

Aceptación AP1

Palabra 0011: $[q_0 \ 0011 \ A_0] \vdash [q_0 \ 011 \ AA_0] \vdash [q_0 \ 11 \ AAA_0] \vdash [q_1 \ 1 \ AA_0] \vdash [q_1 \ \lambda \ A_0] \vdash [q_1 \ \lambda \ \lambda]$
 ACEPTA (vacía totalmente la pila)

Palabra 00001: $[q_0 \ 00001 \ A_0] \vdash [q_0 \ 0001 \ AA_0] \vdash [q_0 \ 001 \ AA_0] \vdash [q_0 \ 01 \ AA_0] \vdash [q_0 \ 1 \ AA_0] \vdash [q_1 \ \lambda \ A_0] \vdash [q_1 \ \lambda \ \lambda]$
 ACEPTA (vacía totalmente la pila)

Aceptación AP2:

Palabra 0011: $[q_0' \ 0011 \ A_0'] \vdash [q_0 \ 0011 \ A_0A_0'] \vdash [q_0 \ 011 \ AA_0A_0'] \vdash [q_0 \ 11 \ AAA_0A_0'] \vdash [q_1 \ 1 \ AA_0A_0'] \vdash [q_1 \ \lambda \ A_0A_0'] \vdash [q_1 \ \lambda \ A_0'] \vdash [q_F \ \lambda \ \lambda]$
 ACEPTA (alcanza estado final q_F)

Palabra 00001: $[q_0' \ 00001 \ A_0'] \vdash [q_0 \ 00001 \ A_0A_0'] \vdash [q_0 \ 0001 \ AA_0A_0'] \vdash [q_0 \ 001 \ AA_0A_0'] \vdash [q_0 \ 01 \ AA_0A_0'] \vdash [q_0 \ 1 \ AA_0A_0'] \vdash [q_1 \ \lambda \ A_0A_0'] \vdash [q_1 \ \lambda \ A_0'] \vdash [q_F \ \lambda \ \lambda]$
 ACEPTA (alcanza estado final q_F)

c) El lenguaje que aceptan AP1 y AP2 es:

$$L = \{ 0^n 1^m / n \geq m \geq 1 \}$$



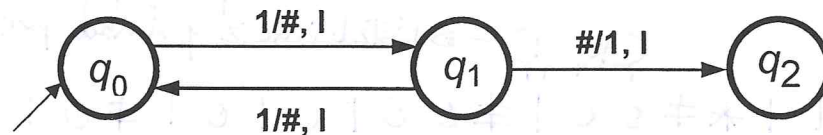
Apellidos:

SOLUCION

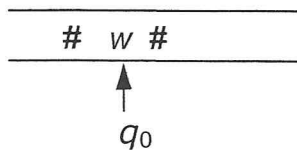
Nombre:

Ejercicio 2:

Sea la Máquina de Turing M definida según el siguiente grafo:



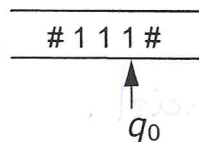
Y cuya configuración inicial es la siguiente:



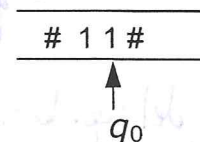
Donde $w \in 1^*$ es un número entero codificado en unario. M inicialmente está en el estado q_0 leyendo el último 1 de w .

- a) ¿Qué función aritmética sobre cada w calcula M ? ¿Cuál es la configuración final de M tras recibir las entradas de los apartados a.1) y a.2)? (2,5 puntos)

a.1)



a.2)



- b) Escribir (y describir brevemente) el contenido inicial de la cinta de una Máquina de Turing Universal (MTU) programada para simular a la máquina M con la entrada del apartado a.1). Utilicen la siguiente codificación binaria: $q_0 \equiv 00$; $q_1 \equiv 01$; $q_2 \equiv 10$; Izqda $I \equiv 1$; Dcha $D \equiv 0$ (2,5 puntos)
- c) Escribir (y describir brevemente) el contenido de la cinta de la MTU después de la ejecución del módulo transcriptor cuando la MTU está simulando el primer movimiento de M con la entrada del apartado a.1): ¿En qué estado termina el módulo transcriptor? ¿Por qué? (2,5 puntos)
- d) Escribir (y describir brevemente) el contenido final de la cinta de la MTU cuando termine de simular a la máquina M con la entrada del apartado a.1). ¿En qué estado se para la MTU? ¿Por qué? (2,5 puntos)

NOTA: Todos los apartados se responderán en la carilla de atrás.

Durante el examen se da fotocopia con el grafo de los tres módulos de la MTU.

30 minutos

Continuación ejercicio 2. RESPUESTAS. SOLUCIONES

Apartado a) a.1) y a.2)

a.1) $1|p_0| + 1|p_1| + p_0| + p_1\# + p_2\#1$

a.2) $1|p_0| + p_1| + p_0\#$

$$\#w\# \rightarrow \#w \bmod 2\#$$

Apartado b) MTU programada

p_0 \rightarrow Estado inicial y símbolo que inicialmente lee M

... $\#0011* \neq 001 \neq 0010101 \neq 0110001 \neq$

$0101011 \neq \#$...

Hay que dejar 2 celdas en blanco a la izqda (00)

Hay 3 registros (no 4). Uno por cada movto de M

Apartado c) Mód. Transcriptor (escribid sólo la parte de la cinta que cambia)

... $\neq 010 \neq AABABA \neq$

p_{13}

Se transcribe 010 del rep. bczlizado en el rep. inicial.

El módulo transcriptor pasa en p_{13} ya que termina memorizando un 1 (izqda)

Apartado d) MTU para

$p_2 \#$

todos los registros marcados con A's y B's

... $\#*1000 \neq B00 \neq A's B's \neq A's B's \neq \dots \neq \#$

... $\neq \#$...

Le MTU pasa porque no hay ningún registro que empiece por 100 (se marcan y redibujan todos los registros).

Celdas que está leyendo M cuando pasa

p_5

El módulo bczlizador pasa en p_5 buscando el siguiente registro por examinar.